



Zadania na XXII Podkarpacki Konkurs Matematyczny im. Franciszka Lejki Poziom I

(klasy pierwsze liceum i technikum oraz klasy ósme szkoły podstawowej)

Finał

25 marca 2023r. godzina 10.00

(150 minut)

1. Wiedząc, że $a + b + c = 5$ i $\frac{1}{a+b} + \frac{1}{b+c} + \frac{1}{c+a} = \frac{12}{5}$, oblicz wartość wyrażenia: $\frac{c}{a+b} + \frac{a}{b+c} + \frac{b}{a+c}$, gdzie $a, b, c \neq 0$, $a \neq -b$, $b \neq -c$, $c \neq -a$.
2. W trójkącie ABC dane są: $\angle A = 30^\circ$, $\angle BDC = 60^\circ$, gdzie D należy do odcinka AB oraz $|BD| = 2|AD|$. Znajdź miary pozostałych kątów trójkąta ABC ($\angle B$, $\angle C$).
3. Ojciec i syn rozmawiali o swoim wieku. Ojciec: „Dziś zdałem sobie sprawę z tego, że jeśli przestawię cyfry w liczbie moich lat, to otrzymam twój wiek”. Syn: „Jutro będziesz miał dokładnie dwa razy tyle lat co ja”. Ile lat mają dziś ojciec oraz syn?
UWAGA: Ojciec i syn mają na myśli całkowitą liczbę lat przeżytych przez siebie w momencie wypowiedzania danych słów.
4. Rozwiąż nierówność: $54 + x\sqrt{7} < 3x + 18\sqrt{7}$.
Sprawdź, czy $x = 182 \cdot \left(\frac{1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{27}}{2 + \frac{2}{3} + \frac{2}{27}} : \frac{4 + \frac{4}{49} - \frac{4}{343}}{1 + \frac{1}{49} - \frac{1}{343}} \right) \cdot \frac{80808080}{91919191}$, należy do zbioru rozwiązań nierówności.
Do obliczeń liczby x nie używaj kalkulatora.
5. Oblicz pole pięciokąta wypukłego ABCDE, w którym $\angle EAB = \angle CDE = 90^\circ$, $|EA| = |BC| = |DE| = 1$, zaś $|AB| = x$, $|CD| = 1 - x$ i $x \in (0, 1)$.

Powodzenia!